Capítulo 1

Límite

Todas las funciones de que se hable tendrán como dominio y contradominio a $\mathbb{R}$ a menos que se indique lo contrario además utilizaremos la expresión *función* para la función misma, su regla de correspondencia o su gráfica. Creemos que el contexto evitará cualquier confusión.

1.1. El significado de $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

La expresión $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ se lee *el límite de f de x es infinito cuando x tiene a infinito* o *f de x tiende a infinito cuando x tiende a infinito*.

Antes de discutir el significado que los matemáticos dan a

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$$

trataremos de aclarar el conocimiento intuitivo que indudablemente cada uno tiene de la expresión en cuestión. Esto nos pondrá en condiciones de entender el concepto que no es otra cosa que la formalización del conocimiento intuitivo.

Todos estamos de acuerdo con que si nos piden dibujar la gráfica de una función que tenga como límite ∞ cuando x tiende a ∞, dibujaríamos algo como la figura (1.1) de la página siguiente. Esto es, daríamos como definición que *el límite de una función es ∞ cuando x tiende a ∞ si a valores cada vez más grandes de x corresponden valores cada vez más grandes de $f(x)$*.

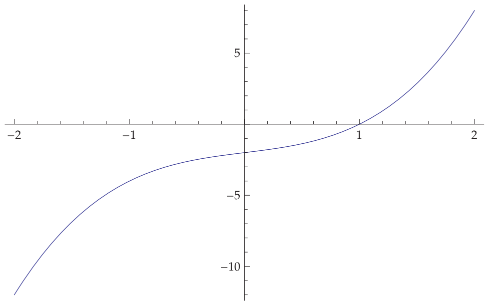

Figura 1.1 La función $y = x^3 + x - 2$ tiende a ∞ cuando $x \to \infty$.

Ciertamente la función de la figura (1.1) cumple con esta *definición* como se ilustra en la figura (1.2). Si consideramos *cualquier* punto x_0 en

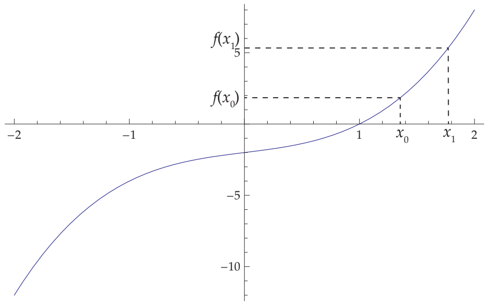

Figura 1.2 Si $x_1 > x_0$ entonces $f(x_1) > f(x_0)$.

el dominio, resulta que *a cada* $x_1 > x_0$ corresponde un valor $f(x_1) > f(x_0)$.

Sin embargo, con esta definición hemos dejado a un lado funciones como la de la figura (1.3).

Cada lector estará de acuerdo con que la función de la figura (1.3) también tiende a ∞ cuando x tiende a ∞. Esta función se ha dejado a un lado porque no cumple la definición que hasta ahora hemos adoptado para $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$.

No la cumple porque hay valores, llamémosle a alguno de ellos x_0, para los que *algún* punto $x_1 > x_0$ no les corresponde $f(x_1) > f(x_0)$